

基于 POD 方法的跨声速轴流压气机转子 叶顶间隙流场分析

傅 珏, 杨 波, 钟芳源

(上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200240)

摘 要: 以跨声速轴流压气机转子 NASA Rotor 36 为对象,研究了叶顶间隙流场的非定常流动特性。在数值模拟结果的基础上,采用本征正交分解(POD)方法获取 POD 模态和时间系数分布规律,进一步分析了近失速工况下叶顶间隙流场的流动特性。结果表明:在近失速工况下,叶顶间隙流场的主导频率为叶顶泄漏涡频率,约为 0.6 倍转子通过频率;能量较高的 POD 模态决定了叶顶泄漏涡的波动频率和幅值,低能量的高阶模态影响流场的细微结构;同时发现,前 5 阶 POD 模态就可以很好地重构流场,这为低阶模型的应用提供了一定的理论指导。

关 键 词: 本征正交分解(POD); 跨声速轴流压气机; 叶顶间隙流; 非定常流动;
本征正交分解(POD)模态

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Analysis of transonic axial compressor tip clearance flow field with POD method

FU Jue, YANG Bo, ZHONG Fangyuan

(School of Mechanical Engineering,

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The unsteady flow phenomenon of a transonic axial compressor NASA Rotor 36 was investigated. Based on the unsteady simulation results, proper orthogonal decomposition (POD) modes and time coefficients were obtained with POD method, and the flow characteristics of the tip clearance flow field at near stall conditions were further analyzed. Results showed that: at near stall condition, the dominant frequency of tip clearance flow field was the tip leakage vortex frequency, about 0.6 times blade passing frequency; the POD mode with higher energy determined the fluctuation frequency and amplitude of tip leakage vortex, and the POD mode with lower energy determined the fine structure of the flow field; the first 5 POD modes reconstructed the flow field very well, providing a theoretical guidance for the establishment of the low-order model.

Key words: proper orthogonal decomposition (POD); transonic axial compressor;
tip clearance flow; unsteady flow;
proper orthogonal decomposition (POD) mode

收稿日期:2019-01-26

作者简介:傅珏(1995—),男,硕士生,主要从事叶轮机械流动机理研究。

引用格式:傅珏,杨波,钟芳源.基于 POD 方法的跨声速轴流压气机转子叶顶间隙流场分析[J].航空动力学报,2019,34(9):2048-2055. FU Jue, YANG Bo, ZHONG Fangyuan. Analysis of transonic axial compressor tip clearance flow field with POD method[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(9): 2048-2055.

叶顶间隙区域的流动是制约压气机性能的重要因素之一,由于叶顶间隙区域流动的复杂性,现阶段通过数值模拟求解方程组的计算量非常庞大,这对计算机的容量和速度提出了较高的要求。因此在保证精度的前提下对高维流动系统进行降维建模具有重要的现实意义。

本征正交分解(proper orthogonal decomposition,POD)方法是一种有效的降维建模方法,其基本原理是通过已知的样本数据得到一组基函数,将方程的解降阶投影到低维空间,得到相应的低维动力系统。Lumley^[1]于 1967 年首次将 POD 方法引入湍流相关结构的研究中,目前 POD 方法被广泛用于流体动力系统的降维建模。Anbry 等和 Ma 等^[2-3]使用 POD 降阶模型求解平板边界层和圆柱绕流问题,Hall 等^[4]运用 POD 方法建立了 POD 降阶模型,结果表明,该模型可以在保证计算精度的前提下对跨声速流动问题进行预测。Siegel 等^[5]通过提取瞬态流场的快照集合对圆柱绕流问题进行了分析研究,结果表明该方法可以准确地还原出真实的流场结构。Luo 等^[6]通过 POD 方法进行汽轮机叶片的反设计。王掩刚等^[7]以 POD 低阶模型为基础重构了二维方柱扰流问题的非定常物理场,结果表明该方法可以较准确地描述其非定常流场特征。刘浩等^[8]通过对跨声速翼型流场进行重构,证明了基于 POD 方法的流场重构和翼型反设计方法的有效性。

在压气机叶顶间隙流场分析方面,Yamada 等^[9]对跨声速压气机转子 NASA Rotor 37 进行了非定常数值模拟,发现叶顶泄漏流和激波的相互作用对叶顶区域的流动损失影响很大,在近失速工况下叶顶泄漏涡发生破碎,破碎的叶顶泄漏涡使得更大的区域发生堵塞,并且最终导致压气机失速。Hah 等^[10]对不同叶顶间隙尺寸下叶顶区域非定常流场进行了研究,结果表明,在近失速工况下,随着叶顶间隙尺寸减小,叶顶间隙涡移动到前缘位置,导致更大范围的失速。Hewkin-Smith 等^[11]对导致前缘流动分离的叶顶泄漏流进行分析,结果表明,随着叶顶间隙尺寸的增大,导致前缘流动分离的原因随之改变。张卓勋等^[12]研究了激波和叶顶泄漏涡的相互干扰对跨声速压气机流动稳定性的影响,发现其流动失稳可能是由动叶近叶顶靠近压力面侧的低能堵塞团引发的。石宝龙等^[13]对高压涡轮二次流与叶顶间隙损失展开了研究,结果表明,在叶顶间隙流通面积相同的情况下,台阶型、渐缩型间隙优于直线型,凸/凹型间隙效率最低。

综合 POD 方法和叶顶间隙流场分析的相关研究来看,现阶段叶顶间隙流场分析中对不同模态下频率和涡特性的研究较少,无法获得非定常流场的 POD 模态和频率特性。而 POD 方法可以通过对流场进行降维得到不同的模态,因此本文采用 POD 方法对叶顶间隙区域的非定常流场进行了研究。本文通过对 POD 模态和时间系数进行分析,确定使得叶顶间隙流场发生非定常波动的主导模态,并且对原始流场进行重构,为后续低阶模型的应用提供了一定的理论参考。

1 POD 方法

本征正交分解方法由 Lumley^[1]于 1967 年首次引入湍流相干结构的研究中,其基本思想是将时间域和空间域中连续的物理量分解为时间和空间的函数展开序列,实质上是一种降维的方法。其基本原理概述如下。

假定 N 个瞬态压力场 $\{p(x, t_k)\}_{k=1}^N$ 构成一个快照集合, t_k 为第 k 个瞬态压力场的时间,每个快照可以被分解为空间模态 φ_m 与时间系数 $c_m^{(k)}$ 的函数即

$$p^{(k)} = \sum_{m=1}^M c_m^{(k)} \varphi_m \tag{1}$$

其中 p 表示压力, k 表示每一个快照集合, M 表示每个快照可以被分解成为空间模态的个数,空间模态 φ_m 的求解等价于求解以下最小值问题:

$$\min \left\{ \sum_{k=1}^N \left\| p^{(k)} - \sum_{m=1}^M c_m^{(k)} \varphi_m \right\|^2 \right\} \tag{2}$$

其中 $(\varphi_i, \varphi_j) = \delta_{ij}$, $\|\cdot\|$ 表示内积空间上的 L_2 范数。

利用变分法,该最小值问题可转化为特征值问题

$$\iint_{\Omega} C(x, y; x', y') dx' dy' = \lambda \varphi(x, y) \tag{3}$$

其中 λ 为特征值, Ω 为积分空间,式中

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N p(x, y, t_k) p^T(x', y', t_k) \tag{4}$$

$C(x, y; x', y')$ 为 p 的自相关函数,也称 POD 的核,此特征值问题对应的特征向量即为 POD 模态。POD 模态主要通过快照法^[14]提取,快照法首先由 Sirovich 提出,主要是为了在流体动力系统中更高效快捷地提取 POD 模态。常用的 POD 快照法采集的是空间中离散的实验数据或者数值计算结果。

快照法的主要思想是利用原有函数空间快照

脉动量与特征值问题处在同一线性空间中,从而使用原有函数空间快照脉动量的线性组合来表示特征模态,即

$$\varphi_m = \sum_{k=1}^N A_m^k p_k$$

(5)

将式(5)代入式(1)中,得到特征值问题

$$RA = \lambda A$$

(6)

式中 A_i 为对应特征值 λ_i 的特征函数, $R_{ij} = \frac{1}{M} (p_i, p_j) (i, j = 1, 2, \cdots, N)$ 。对于一组完整的特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N$, 存在着一组对应的正交特征向量基 $A_1, A_2, \cdots, A_N$, POD 基函数空间可以表示为 $\phi = \text{span}(\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_N)$, 该动力系统的总能量可以表示为各阶特征值之和, $E = \sum_{i=1}^N \lambda_i$, 每一阶占据能量的百分比为 $E_i = \lambda_i / E$, $E(k) = \sum_{i=1}^k \lambda_i /$

$\sum_{i=1}^N \lambda_i$ 为前 k 阶特征值所占据的能量。
基于得到的 N 个 POD 模态,原始场的降维模型可以表示为

$$p_{\text{pod}}(x, y, t) = \sum_{m=1}^N c_m(t) \varphi(x, y)$$

(7)

2 计算模型和数值方法

2.1 计算模型

本文研究对象为 NASA Rotor 36^[14], 转子数为 48, 设计转速为 17 188 r/min, 设计压比和质量流量分别为 1.863 和 20.94 kg/s, 近失速工况流量与设计工况流量之比为 0.95, 叶顶间隙为 0.071 cm。图 1 为该转子的子午面流道及实验测点位置示意图, 其中 Station 表示不同的截面, Z 为沿轴向的位置。

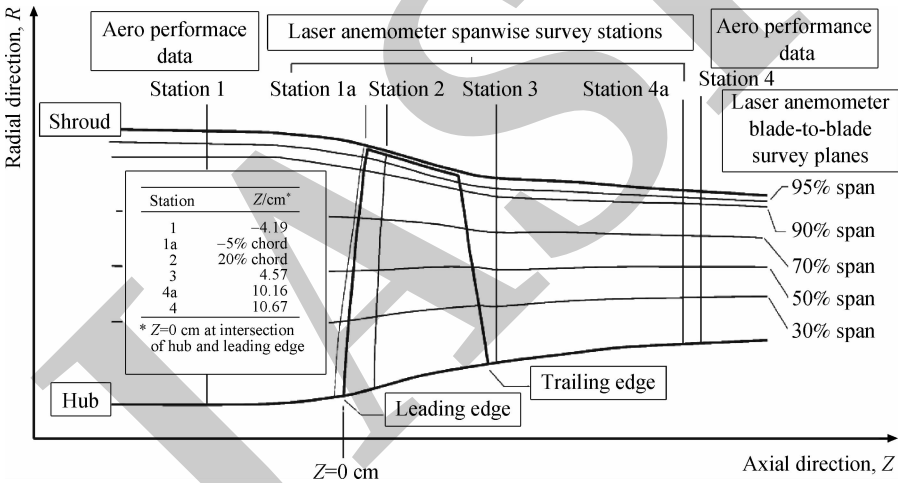


图 1 Rotor 36 子午面流道及实验测点示意图

Fig. 1 Meridional flow channel and experimental measurement point diagram for Rotor 36

2.2 数值方法

采用 NUMECA Fine/Turbo 商用软件进行数值模拟, 结合 Splart-Allmaras (S-A) 湍流模型求解三维雷诺时均 Navier-Stokes (N-S) 方程, 如图 2 所示, 对单流道进行定常和非定常计算。当单通道网格总数约为 77 万时, 计算达到网格无关性要求。在定常计算中, 采用 4 阶 Runge-Kutta 法进行时间项离散, 采用 2 阶中心格式并且添加人工黏性方法进行对流项离散, 计算区域进口给定总温为 288 K, 总压为 101 325 Pa, 采用轴向进气, 出口给定平均静压, 在周期性边界设定周期性边界条件, 固壁为无滑移绝热边界条件。在非定常计算中, 采用隐式双时间步方法, 将定常计算的收敛结

果作为非定常计算的初始条件, 在叶片转动一个栅距的时间内设置 30 个时间步, 每一个物理时间步下的虚拟时间步为 40 步, 当非定常计算中性能参



图 2 Rotor 36 单流道网格

Fig. 2 Single flow channel mesh for rotor 36

数呈现周期性波动即认为数值计算已经收敛。

3 数值结果分析

3.1 定常计算结果分析

为了验证数值模拟结果的可靠性,将定常数值模拟结果与实验^[15]进行对比。图 3 为总性能曲线与实验测量结果的对比图,其中质量流量以堵塞点流量为基准进行了无量纲化,在整个实验工况中,数值计算结果与实验测量结果大致吻合,变化趋势基本一致,其中,关于绝热效率和压比的数值模拟结果在近堵塞工况时略高于实验数据。

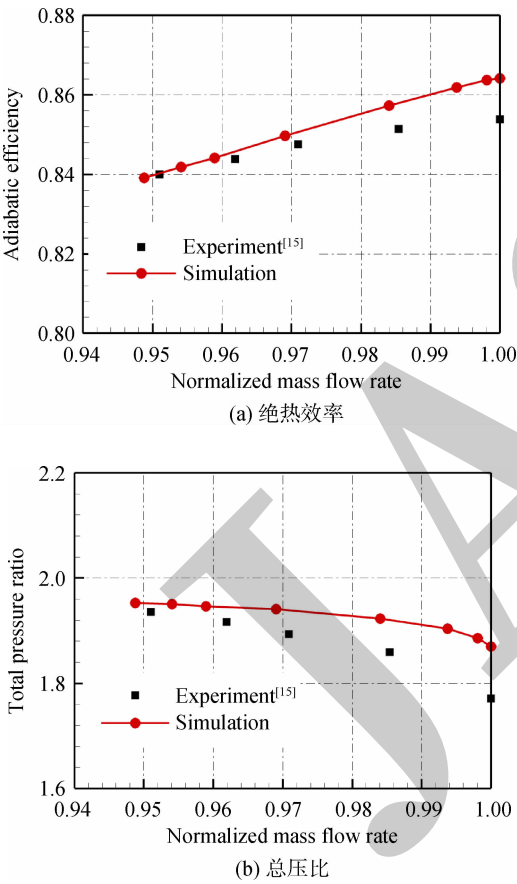


图 3 压气机性能曲线对比

Fig. 3 Comparison of compressor performance curves

为了进一步验证数值模拟结果的准确性,图 4 比较了近峰值效率工况下数值模拟和实验得到的绝热效率和总压比沿叶高的分布,两者的变化趋势与实验基本一致,从而证明了计算模型和数值模拟方法的正确性和可靠性,这也为非定常计算和流场的 POD 分析提供了保证。

3.2 非定常计算结果分析

为了了解叶顶间隙流场的非定常特性,图 5 给出了近失速工况下一个波动周期 T 内 98% 叶高处

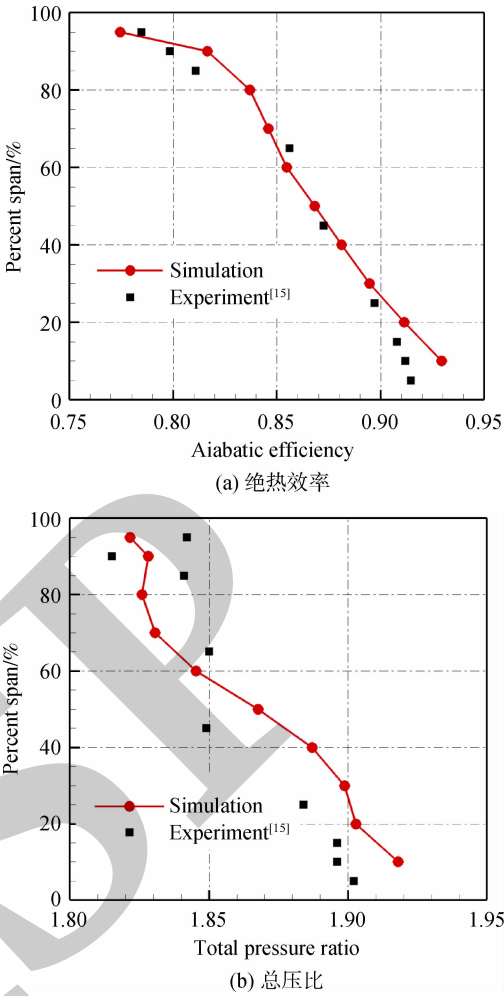


图 4 近峰值效率下绝热效率和总压比沿叶高的分布
Fig. 4 Span-wise distribution of adiabatic efficiency and total pressure ratio under near peak-efficiency condition

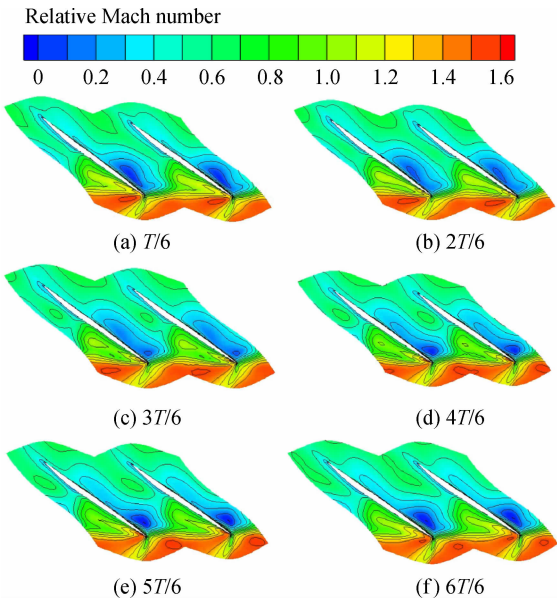
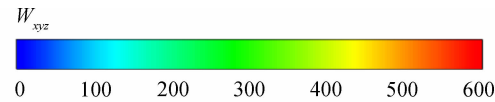


图 5 98% 叶高处相对马赫数云图

Fig. 5 Contour of relative Mach number at 98% span



(a) $T/6$ (b) $2T/6$
(c) $3T/6$ (d) $4T/6$
(e) $5T/6$ (f) $6T/6$

图 6 叶顶区域流线图

Fig. 6 Streamline at tip region

的相对马赫数云图,图 6 为叶顶区域的流线图,图中 W_{xyz} 为相对速度。由图 6 可见,在近失速工况下,激波与叶顶泄漏涡的相互作用导致叶顶泄漏涡发生旋涡式破碎。在 $T/6$ 时刻,叶顶仅存在叶顶泄漏涡;在 $2T/6$ 时刻,叶顶泄漏涡与激波发生相互作用,经过激波后发生破碎形成叶顶二次涡,此时叶顶二次涡与叶顶泄漏涡紧靠在一起没有分离;在 $3T/6$ 时刻,叶顶泄漏涡与叶顶二次涡即将分离;在 $4T/6$ 时刻,叶顶泄漏涡与叶顶二次涡完全分离,分离之后叶顶二次涡紧贴压力面向下游发展;在 $5T/6$ 时刻,叶顶二次涡继续向下游发展,同时叶顶泄漏涡与前一个通道中的叶顶泄漏流相互作用;在 $6T/6$ 时刻,叶顶二次涡强度减弱,同时叶顶泄漏涡在与叶顶泄漏流的相互作用下强度增强。

3.3 频谱分析

为了进一步了解叶顶间隙流场的频率特性,在转子通道中布置了一系列静压监测点。从图 5 和图 6 中可以发现叶片前缘存在明显的低速区,且靠近叶顶间隙叶高处流动分离较为明显,因此

在压力面侧 10% 弦长处沿叶高方向布置了 9 个测点,在 90% 叶高处沿轴向布置了 10 个测点,具体位置如图 7 所示,图中纵坐标方向的百分数表示不同叶高位置,横坐标方向的百分数表示不同弦长位置。通过对各监测点的压力脉动进行快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, FFT),获得叶顶间隙流场的非定常频率。

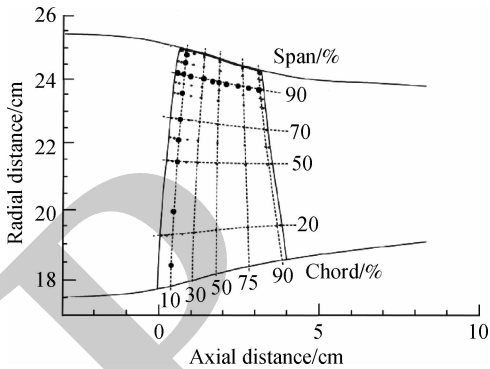


图 7 压力监测点位置示意图

Fig. 7 Position of pressure monitoring point diagram

图 8 为压力面侧 10% 弦长处沿叶高方向压力脉动的 FFT 分析,其中 x 轴表示不同的压力脉动频率, y 轴表示不同的叶高位置, z 轴表示压力脉动的幅值。从图中可以看出压力脉动主要集中在 90% 叶高以上的区域,这与 van Zante 等^[16] 的实验结果中叶顶非定常流动的影响范围主要集中在 92% 叶高以上区域的结论相吻合。叶顶间隙流场的非定常频率为 8 250 Hz,约为 0.6 倍的转子通过频率,这说明叶顶间隙流场的主导频率为叶顶间隙涡的非定常扰动频率。

图 9 给出了压力面侧 90% 叶高处沿轴向的压力探针监测结果的 FFT 分析,结果表明轴向的

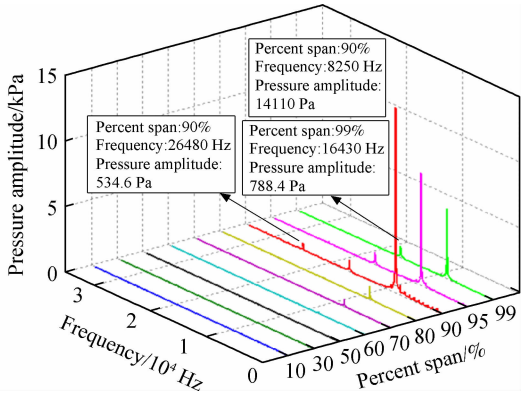


图 8 压力面侧不同叶高处压力脉动的频谱分析

Fig. 8 Spectral analysis of pressure pulsation at different spans on pressure surface

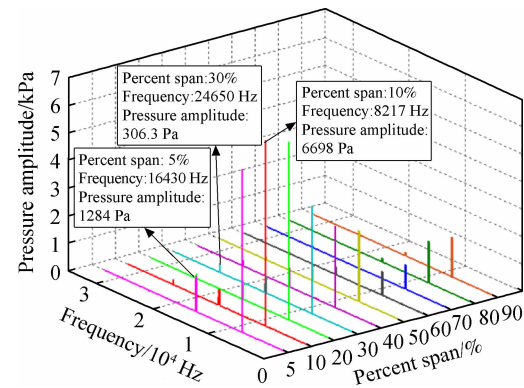


图 9 压力面侧不同弦长处压力脉动的频谱分析
Fig. 9 Spectrum analysis of pressure pulsation at different chords on pressure side

任意位置都能监测到叶顶间隙涡的非定常扰动,且扰动最剧烈的位置为 10%弦长处。这是因为叶顶间隙涡在叶片前缘与激波发生相互作用,因此前缘的压力脉动最剧烈。

4 POD 分析

4.1 POD 模态分析

为了降低计算量,使用快照法对数值模拟结果进行 POD 分析,基于非定常的计算结果,选取 50 组近失速工况下 98%叶高处的瞬时流场作为快照,进行 POD 分析。图 10 为的前 11 阶特征值,图中横坐标为特征值的阶数,纵坐标是以对数坐标形式表示的各阶所对应的特征值。从图 10 可以看出,第 1 阶特征值占据主要的能量,剩余的特征值均成对出现,并且每 1 对特征值所占的能量基本相同。

根据 $E(k)$ 的定义可以得到前 5 阶 POD 模态所占能量的比例高达 99.9%,由此可以看出前 5 阶 POD 模态可以代表流场的主要流动特征。因

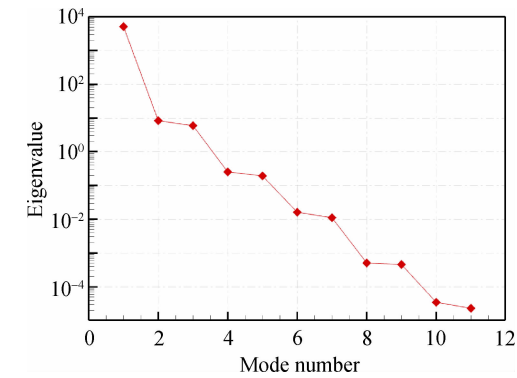
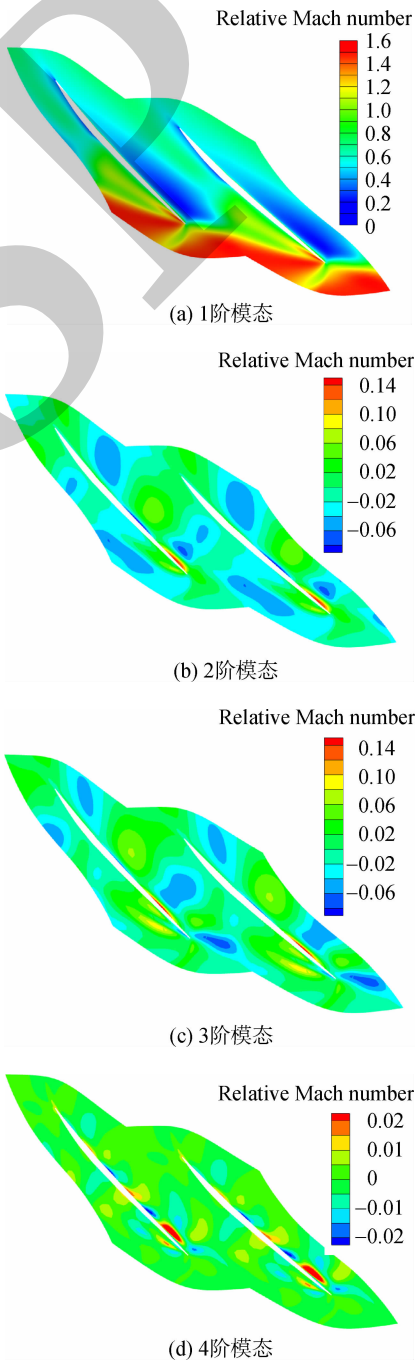
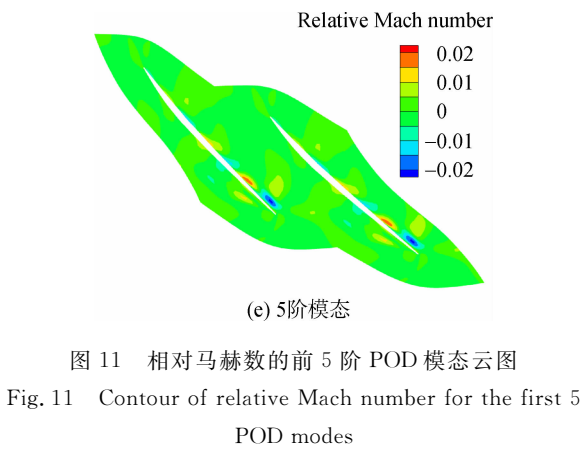


图 10 POD 模态的特征值
Fig. 10 Eigenvalues of POD modes

此本文给出了前 5 阶 POD 模态的相对马赫数云图,对前 5 阶 POD 模态的结果进行了初步分析并且对流场进行重构。

图 11 给出了应用 POD 方法构造的相对马赫数分量的前 5 阶 POD 模态云图,从图中可以看出第 1 阶 POD 模态代表了叶顶间隙区域流场的主要结构。第 2 阶和第 3 阶 POD 模态在压力面前缘和尾缘捕捉到了明显的低速区域,且第 2 阶和第 3 阶模态之间存在相位差。同样,在第 4 阶和第 5 阶 POD 模态云图中,叶片压力面存在相间分布的高速和低速区域,且第 4 阶和第 5 阶 POD 模态之间仍存在相位差。





通过对流场进行重构可以得到不同 POD 阶数对原始流场的重构效果。图 12 为某一时刻不同阶数 POD 模态重构结果和原始流场的相对马赫数云图对比。从图中可以看出第 1 阶 POD 模态可以还原出流场的主要特征,随着 POD 模态阶数的不断提高,对流场的细节表达方面更加清楚,流场信息更接近实际流场。

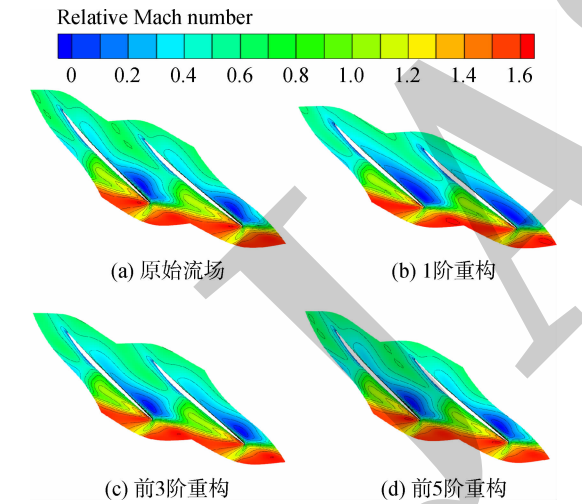


图 12 原始流场与不同阶数 POD 重构结果对比

Fig. 12 Contour of original flow field and POD reconstruction results

4.2 基于 POD 结果的频率分析

为了进一步探究相邻 POD 模态之间的相位差关系,图 13 分别给出了 POD 分析中第 1 阶模态时间系数、第 2 阶和第 3 阶模态时间系数、第 4 阶和第 5 阶模态时间系数随时间的变化曲线。从图中可以看出,每个模对中 2 个时间系数的频率和幅值基本相等,且相位差为 $\pi/2$,幅值随着模对阶数的增加而减小,且第 1 阶模态时间系数远大于其他阶时间系数,占据主导地位。

图 14 给出了各阶 POD 模态时间系数的

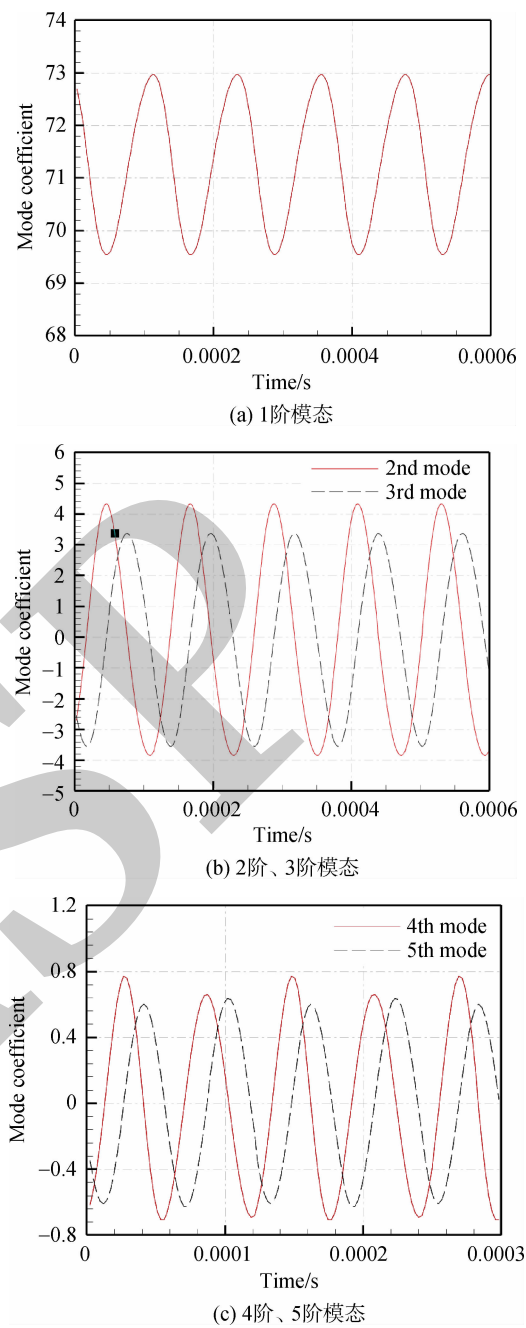


图 13 模态系数随时间的变化

Fig. 13 Mode coefficient changes with time

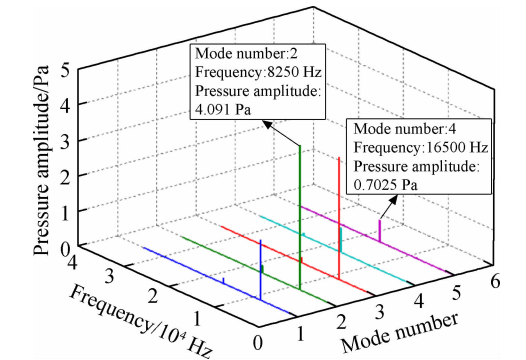


图 14 模态系数的 FFT 分析

Fig. 14 FFT results for mode coefficient

FFT 分析,从图中可以看出第 1、2、3 阶 POD 模态时间系数的主导频率为 8 250 Hz,即叶顶泄漏涡的频率,第 4、5 阶 POD 模态时间系数的主导频率为 16 500 Hz,为叶顶泄漏涡的倍频。即能量较高的涡对决定了叶顶泄漏涡的波动频率和幅值,低能量的高阶涡对则影响流场的细微结构。

5 结 论

本文的研究结果表明:

1) 应用本文的数值分析手段,可以捕捉到叶顶间隙流场的非定常流动特征,且性能曲线与实验结果吻合良好。

2) 在近失速工况下,叶顶间隙流场的流动呈现周期性波动特性,叶顶间隙流场的主导频率为叶顶泄漏涡频率,约为 0.6 倍转子通过频率。

3) 根据 POD 模态分析,第 1 阶 POD 模态可以还原出流场的主要特征;第 2 阶和第 3 阶模态可以捕捉前缘和尾缘的低速区域,第 4 阶和第 5 阶模态的压力面存在相间分布的高速和低速区域,且每一对 POD 模态之间存在 $\pi/2$ 的相位差。能量较高的 POD 模态决定了叶顶泄漏涡的波动频率和幅值,低能量的高阶涡则影响流场的细微结构。

4) 对于本文的研究对象,前 5 阶 POD 模态就可以很好地重构流场,这对低阶模型的应用提供了一定的理论指导。

参考文献:

- [1] LUMLEY J L. The structure of inhomogeneous turbulent flows[C]// Atmospheric turbulence and radio wave propagation. Moscow: Nauka, 1967, 166-178.
- [2] AUBRY N, HOLMES P, LUMLEY J L, et al. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 192: 115-173.
- [3] MA X, KARNIADAKIS G E. A low-dimensional model for simulating three-dimensional cylinder flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2002, 458: 181-190.
- [4] HALL K C, THOMAS J P, DOWELL E H. Proper orthogonal decomposition technique for transonic unsteady aerodynamic flows[J]. AIAA Journal, 2015, 38(10): 1853-1862.
- [5] SIEGEL S, COHEN K, JÜRGEN SEIDEL, et al. Short time proper orthogonal decomposition for state estimation of transient flow fields[R]. AIAA 2005-296, 2005.
- [6] LUO J, TANG X, DUAN Y, et al. An iterative inverse design method of turbomachinery blades by using proper orthogonal decomposition [R]. ASME Paper 2015-GT-42876, 2015.
- [7] 王掩刚,陈俊旭,先松川. 基于 POD 方法的二维方柱低雷诺数绕流场分析研究[J]. 西北工业大学学报, 2014, 32(4): 612-617.
WANG Yangang, CHEN Junxu, XIAN Songchuan. Analysis of square cylinder unsteady flow at low Reynolds number with POD method[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2014, 32(4): 612-617. (in Chinese)
- [8] 刘浩,徐敏,叶茂. 基于特征正交分解的跨声速流场重构和翼型反设计方法研究[J]. 空气动力学学报, 2012, 30(4): 539-545.
LIU Hao, XU Min, YE Mao. Investigation of transonic flow field reconstruction and inverse airfoil design based on proper orthogonal decomposition ROM[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2012, 30(4): 539-545. (in Chinese)
- [9] YAMADA K, FURUKAWA M, INOUE M, et al. Numerical analysis of tip leakage flow field in a transonic axial compressor rotor[C]// Proceedings of the International Gas Turbine Congress. Tokyo: Academic Press, 2003: 1-8.
- [10] HAH C, HATHAWAY M, KATZ J. Investigation of unsteady flow field in a low-speed one and a half stage axial compressor: effects of tip gap size on the tip clearance flow structure at near stall operation[R]. ASME Paper 2014-GT-27094, 2014.
- [11] HEWKIN-SMITH M, PULLAN G, GRIMSHAW S D, et al. The role of tip leakage flow in spike-type rotating stall inception[R]. ASME Paper 2017-GT-63655, 2017.
- [12] 张卓勋,吴艳辉,楚武利,等. 激波/泄漏涡相互干扰对跨声压气机流动稳定性的影响[J]. 航空动力学报, 2010, 25(7): 1615-1621.
ZHANG Zhuoxun, WU Yanhui, CHU Wuli, et al. Influence of shock/tip leakage vortex interaction on flow stability in a single-stage transonic axial compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(7): 1615-1621. (in Chinese)
- [13] 石宝龙,岂兴明,矫津毅,等. 二次流与叶顶间隙损失的数值研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(5): 1096-1100.
SHI Baolong, QI Xingming, JIAO Jinyi, et al. Numerical analysis of the secondary flow and tip clearance leakage loss [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(5): 1096-1100. (in Chinese)
- [14] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures: I coherent structures[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1987, 45(3): 561-571.
- [15] MOORE R D, REID L. Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.63 and 1.78, respectively, and with design pressure ratio of 1.82[R]. NASA-TP-1974, E-259, 1974.
- [16] VAN ZANTE D E, STRAZISAR A J, WOOD J R, et al. Recommendations for achieving accurate numerical simulation of tip clearance flows in transonic compressor rotors [J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(4): 733-742.